

시험일 : 4월 27일

1. 곡선 C 가 $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$ 로 주어질 때, 선적분

$$\int_C y(1-y^2)^{3/2} ds$$

를 구하시오.

2. 곡선

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1, \quad x \geq 0, y \geq 0$$

의 중심을 구하시오,

- 3.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

이다.

(3-1) f 는 $(0, 0)$ 에서 연속임을 보이시오.

(3-2) f 는 $(0, 0)$ 에서 미분가능한가?

4. 함수 f 는 일급함수이다. $\nabla f(P)$ 가 등위면 $\{X | f(X) = f(P)\}$ 에 수직임을 설명하시오.

5. (5-1) $f(x, y, z) = 0$ 이고 $z = z(x, y)$ 일 때, $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ 를 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}$ 로 나타내시오.
단, $\frac{\partial f}{\partial z} \neq 0$ 이다.

(5-2) $xy + xz^3 - 2yz = 0$ 일 때, $(1, 1, 1)$ 에서 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 의 값을 구하시오.

6. 함수 $z = (x^2 + 1)e^{x+y}$ 의 그래프 상의 점 $(0, 0, 1)$ 에서 이 그래프에 접하는 평면의 방정식을 구하시오.

7. 닫힌 영역 $-3 \leq x \leq 3, -3 \leq y \leq 3$ 에서 함수 $f(x, y) = x^2 + 4xy + y^2 - 6x$ 의 최대값과 최소값을 구하시오.

8. 라그랑주 승수법을 이용하여 임의의 양수 a_1, a_2, \dots, a_n 에 대하여 다음 부등식을 증명하시오. $0 < k < l$ 이고 k, l 이 정수이면,

$$\left(\frac{a_1^k + \dots + a_n^k}{n} \right)^{\frac{1}{k}} \leq \left(\frac{a_1^l + \dots + a_n^l}{n} \right)^{\frac{1}{l}}.$$