

일반수학2 기말고사

1번 - 10번은 단답형 문제(각 5점 만점)입니다.

풀이과정은 쓸 필요없고, 답만 쓰면 됩니다.

1. $f(x, y) = 2x^2 - 3xy + y^2$ 일 때,

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ 를 구하여라.

2. 곡면 $z = 2 - x^2 - y^2$ 위의 점 $(1, -1, 0)$ 에서의 접평면의 식을 구하여라.

3. $\mathbf{u} = \langle -1, 2, 2 \rangle$ 일 때,

함수 $f(x, y, z) = x^2 + yz$ 에 대해 점 $(1, 0, 2)$

에서 f 의 \mathbf{u} 방향으로의 방향도함수를 구하여라.

4. xy -평면 위에서 R 이 포물선 $x = y^2$ 과

직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 영역일 때, R 의 무게 중심을 구하여라.

5. $\int_0^1 \int_y^1 \frac{\sin x}{x} dx dy$ 를 계산하여라.

6. 곡면 $4x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 위의 점 $(-1, 2, 1)$

에서의 접평면의 식을 구하여라.

7. 포물면 $z = x^2 + y^2$ 과 평면 $z = 4$ 로 둘러싸인

입체의 부피를 구하여라.

8. 평면 $z = 0$, 포물주면 $y = x^2$ 과 평면 $y + z = 1$ 로

둘러싸인 입체의 부피를 구하여라.

9. 함수 $f(x, y) = 3x - x^3 - 3xy^2$ 은 어떤 점 (x, y) 에

대해 극소값을 갖는가?

10. R 이 xy -평면에서 세 점 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ 을

꼭지점으로 갖는 삼각형일 때 영역 R 위에 놓여있는

곡면 $z = x^2$ 의 곡면넓이를 구하여라.

11번 - 15번은 서술형 문제 (각 10점 만점)입니다.

11. 극한 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{xy}}{x+y}$ 가 존재하지 않음을 보여라.
12. 원추면 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 과 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 로 둘러싸인 아이스크림 콘 모양의 입체의 부피를 구하여라.
13. 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 와 원주면 $x^2 + y^2 = 1$ 의 공통내부로 이루어진 입체의 부피를 구하여라.
14. 영역 $R = \{ (x, y) \mid x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0 \}$ 위에서 정의된 함수 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x - 2y$ 의 최대값과 최소값을 구하여라.
15. 원점에서 곡면 $x - yz - 5 = 0$ 까지의 최단거리를 Lagrange 승수를 이용하여 구하여라.
(힌트 : $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 의 최소값을 구하는 문제)