

일반수학 기말고사

1번 - 10번은 단답형 문제(각 5점 만점)입니다.

풀이과정은 쓸 필요 없고 답만 쓰면 됩니다.

1. 구면좌표방정식 $\rho = \sin\theta \sin\phi$ 를
직교좌표방정식으로 나타내어라.

2. $f(x, y, z) = e^{xy} \ln z$ 일 때,
 $\frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y \partial z}$ 를 구하여라.

3. 곡면 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 10$ 위의 점 $(2, 1, -2)$ 에서
접평면의 방정식을 구하여라.

4. 점 $(5, 2, 3)$ 에서 함수 $f(x, y, z) = e^{x+y+z}$ 의
최대방향도함수의 값을 구하여라.

5. x 와 y 가 $x^2 + y^2 = 1$ 을 만족할 때
함수 $f(x, y) = 2xy$ 의 최대값을 구하여라.

6. 함수 $f(x, y) = x^3 + 6xy + 3y^2 - 9x$ 가
극소값을 갖는 점을 구하여라.

7. $\int_0^2 \int_{\frac{x}{2}}^1 \frac{1}{1+x^4} dx dy$ 를 계산하여라.

8. 평면 $x+2y+z=2$, $x=2y$, $x=0$ 그리고 $z=0$ 으로
둘러싸인 사면체의 부피를 구하여라.

9. xy -평면에서 세 점 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ 을 꼭지점으로
갖는 삼각형 영역위에 놓여있는 곡면 $z = x^2 + 2y$ 의
곡면넓이를 구하여라.

10. xy -평면에서 포물선 $y=x^2$ 과 직선 $x=1, y=0$ 으로 둘러싸인 영역의 무게중심을 구하여라.

11 - 15번은 서술형 문제(각 10점)입니다.

11. $z=f(x, y)$ 가 연속인 이차편도함수를 갖고

$x=r^2+s^2, y=2rs$ 라 할 때 $\frac{\partial^2 z}{\partial r^2}$ 를 구하여라.

12. 영역 $R=\{(x, y): 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2\}$ 에서 함수

$f(x, y)=x^2-2xy+2y$ 의 최대값과 최소값을 구하여라.

13. 포물면 $z=x^2+y^2$ 아래, xy -평면위, 원주면 $x^2+y^2=2x$ 의 안쪽에 놓여있는 입체의 부피를 구하여라.

14. 원추면 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 과 구면 $x^2+y^2+z^2=z$ 로 둘러싸인 입체의 부피를 구하여라.

15. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-4y^2}{x^2+y^2}$ 이 존재하지 않음을 보여라.