

일반수학 중간고사

1번 - 10번은 단답형 문제(각 5점 만점)입니다.

풀이과정은 쓸 필요 없고 답만 쓰면 됩니다.

1. 함수 $f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ 은 0 이 아닌 모든 실수에 대해 정의되고 연속인 함수이다. 이 함수가 실수 전체에서 연속이 되려면 $f(0)$ 은 어떻게 정의해야 하는가?

2. $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 함수 $y = \sin x + \cos x$ 의 그래프 위의 점 중에서 접선이 수평이 되는 점을 모두 구하여라.

3. $f(x) = \frac{1}{\sin(\sqrt{x} \cos x)}$ 일 때 $f'(x)$ 를 구하여라.

4. $x^2 + y^2 = 4$ 일 때 y'' 을 구하여라.

5. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta^2}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos \theta}$ 를 구하여라.

6. 선형근사식을 이용하여 $\sqrt[5]{31}$ 의 근사값을 구하여라.

7. $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 3}{x - 2}$ 의 그래프의 점근선을 모두 구하여라.

8. $f(x) = \sin^4(3x) \cos(3x)$ 의 역도함수를 구하여라.

9. $f(x) = \int_1^{x^3} \sec t \, dt$ 일 때 $\frac{df}{dx}$ 를 구하여라.

10. $\int_0^3 |x - \sqrt{x}| dx$ 의 값을 구하여라.

11번 - 15번은 서술형 문제(각 10점)입니다.

11. 가) 방정식 $x^3 + 2x - 1 = 0$ 은 구간 $(0, 1)$ 에서 오직 하나의 실근을 가짐을 보여라.

나) Newton 방법을 이용하여 방정식 $x^3 + 2x - 1 = 0$ 의 실근의 근사값을 구하여라. (초기값 $x_1 = \frac{1}{2}$ 일 때 x_2 만 구하면 됩니다)

12. 점화식 $a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{2a_n} (n \geq 1)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴함을 보이고, 극한값을 구하여라.

13. 반지름이 2인 반원에 내접하는 사다리꼴의 최대 넓이를 구하여라.
(단, 사다리꼴의 한 변은 반원의 지름이다)

14. 함수 $y = \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2}$ 의 그래프의 개형을 그려라.

(절편, 점근선, 증감, 최대 또는 최소값, 변곡점 포함)

15. 함수 f 는 실수 전체에서 연속인 함수이고 $2 \int_a^x f(t) dt = 2 \sin x - 1$ 일 때, 함수 f 와 상수 a 를 구하여라. (단, $0 \leq a \leq \frac{\pi}{2}$ 이다)