

2013학년도 2학기 (기말고사)		학 과			감독교수확인
과 목 명	일반수학 2	학 번			
출제교수명	공 동	교수명	분 반		
시 험 일 시	2013년 12월 16일 (오전 10:00-11:40)	성 명			점 수

1번 - 10번은 단답형 문제(각 5점 만점)입니다. 풀이과정은 쓸 필요 없고 답만 쓰면 됩니다.

1. 함수 $f(x, y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$ 의 임계점들 중 안장점을 모두 구하시오.

답:

2. 다음 이중적분을 계산하시오.

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 y \sqrt{1+x^5} dx dy$$

답:

3. 벡터장 $F = \langle x^2yz, 3xyz^3, x^2 - z^2 \rangle$ 에 대하여 $\nabla \times F$ 와 $\nabla \cdot (\nabla \times F)$ 를 구하시오.

답:

4. 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 을 평면 $z = 1$ 로 자른다고 할 때, 잘리는 부분 중 윗부분의 겉넓이를 구하시오.

답:

2013학년도 2학기 (기말고사)		학 과			감독교수확인
과 목 명	일반수학 2	학 번			
출제교수명	공 동	교수명	분 반		
시 험 일 시	2013년 12월 16일 (오전 10:00-11:40)	성 명			점 수

5. 영역 $T = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi, 0 \leq z \leq \pi\}$ 에 대하여 삼중적분 $\iiint_T xy \sin(yz) dV$ 을 구하시오.

답:

6. 평면 영역 $R = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq y \leq x\}$ 의 윗부분과 곡면 $z = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$ 의 아랫부분으로 이루어진 입체의 부피를 구하시오.

답:

7. 다음과 같이 직교좌표를 이용한 삼중적분을 주면좌표를 이용한 삼중적분으로 표현할 때 주면좌표에서의 구간 값들(a, b, c, d, e, f)과 피적분 함수(g)를 구하시오.

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{x^2+y^2}^{\sqrt{x^2+y^2}} xz \, dz \, dx \, dy$$

$$= \int_a^b \int_c^d \int_e^f g \, dz \, dr \, d\theta$$

답:

8. 다음 삼중적분을 구하시오.

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} e^{-(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \, dz \, dy \, dx$$

답:

2013학년도 2학기 (기말고사)		학 과			감독교수확인
과 목 명	일반수학 2	학 번			
출제교수명	공 동	교수명	분 반		
시 험 일 시	2013년 12월 16일 (오전 10:00-11:40)	성 명			점 수

9. 벡터장 $F(x,y) = \langle -y, -xy \rangle$ 에 대하여 선적분 $\int_C F \cdot T ds$ 을 구하시오. 여기서 $C(t) = (\cos t, \sin t)$, $(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2})$ 이고 T 는 곡선 C 의 단위접선벡터이다.

11번~15번은 서술형 문제(각 10점 만점)입니다. 풀이과정을 모두 서술하여야 합니다.

11. 삼차원 공간에서 곡면 $x^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{x^2 + y^2}$ 으로 둘러싸이는 입체 T 의 부피를 구면좌표계에서의 삼중적분을 이용하여 구하시오.

답:

10. 보존적 벡터장 $F = \langle 2xy - 3yz, x^2 - 3xz, 6z^2 - 3xy \rangle$ 의 퍼텐셜 함수 $f(x, y, z)$ 를 구하시오.

답:

2013학년도 2학기 (기말고사)		학 과				감독교수확인
과 목 명	일반수학 2	학 번				
출제교수명	공 동	교수명		분 반		
시 험 일 시	2013년 12월 16일 (오전 10:00-11:40)	성 명				점 수

<p>12. 삼차원 공간에서 원통 입체 $T = \{(x, y, z) x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 2\}$의 겉면(경계면)을 S라 하자. S의 외향단위법선 벡터를 \vec{n}이라 할 때, S를 통한 벡터장 $F(x, y, z) = \langle x^2, 2y, 4z^2 \rangle$의 유량(flux) $\iint_S F \cdot \vec{n} dS$을 구하시오.</p>	<p>13. 삼각형 ABC의 세 내각을 x, y, z라고 할 때, 라그랑주 승수법을 이용하여 함수 $f(x, y, z) = \sin x \sin y \sin z$의 최댓값을 구하시오.</p>
---	---

2013학년도 2학기 (기말고사)		학 과				감독교수확인
과 목 명	일반수학 2	학 번				
출제교수명	공 동	교수명		분 반		
시 험 일 시	2013년 12월 16일 (오전 10:00-11:40)	성 명				점 수

14. 다음 선적분

$$\oint_C \sqrt{x^2 + y^2} dx + y(xy + \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})) dy$$

을 구하시오. 여기서 C 는 중심이 원점이고 반지름이 1인 반시계방향의 원이다.

15. yz 평면상의 평면곡선 $z = y$ ($z \geq 0$)를 z -축을 중심으로 회전하여 얻은 공간곡면을 S_1 이라 하자.

(1) 곡면 $S = \{(x, y, z) \in S_1 \mid x^2 + y^2 + (z - a)^2 \leq a^2\}$, ($a > 0$) 를 구면좌표를 이용하여 매개 변수식 $\vec{r}(\rho, \theta) = \langle x(\rho, \theta), y(\rho, \theta), z(\rho, \theta) \rangle$ 으로 나타내시오.

(2) 곡면적분 $\iint_S z dS$ 를 구하시오.