

일반수학2(MTH1002) 기말고사

2018년 12월 17일 (월) 오전 10:00 - 11:40

담당교수:

분반:

학과:

학번:

성명:

감독관확인:

1번 - 10번은 단답형 문제(각 5점)이며, 풀이과정은 쓸 필요가 없습니다. 주어진 답란에 적힌 답으로만 채점되고 부분점수는 없습니다.

1. 벡터장 $\mathbf{F} = \langle x^2, -2y, z \rangle$, $\mathbf{G} = \langle z, x, y^2 \rangle$ 일 때, $\text{curl}((\text{div}\mathbf{F})\mathbf{G})$ 를 구하여라.

답

2. 이중적분

$$\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$$

를 구하여라.

답

3. 벡터장 $\mathbf{F} = e^{x+y} \langle x+1, x \rangle$ 의 퍼텐셜 함수를 구하여라.

답

4. 이중적분 $\int_1^2 \int_0^{\sqrt{1-(x-1)^2}} \frac{x}{x^2 + y^2} dy dx$ 를 구하여라.

답

5. 3중적분

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2+z^2)} dx dy dz$$

를 구하여라.

답

6. 영역 T 를 포물면 $z = x^2 + y^2$ 과 평면 $z = 2$ 로 둘러싸인 부분이라고 하고 그 경계를 S 라고 하자. \mathbf{n} 을 S 의 외향단위 법선벡터라고 할 때, S 를 통한 벡터장 $\mathbf{F} = \langle yz^6, xz^3, z^3 \rangle$ 의 유량을 구하여라.

답

7. Green 정리를 이용하여 다음 선적분을 구하여라.

$$\oint_C (x^3 + 2y)dx + (4x - 3y^2)dy$$

여기서 곡선 C 는 반시계 방향의 타원 $4x^2 + y^2 = 4$ 이다.

답

8. 곡면 S 를 $9x^2 + 4y^2 + z^2 = 36$ ($z \geq 0$)이라고 하자. \mathbf{n} 을 S 의 외향 단위법선벡터라고 하고 벡터장 $\mathbf{F} = \langle z, 2x, -3y \rangle$ 라고 할 때, $\iint_S \nabla \times \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ 를 구하여라.

답

담당교수:

분반:

학과:

학번:

성명:

감독관확인:

9. 주면 $x^2 + y^2 = 2x$ 의 내부에 있으면서 xy -평면 위와 곡면 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 아래에 있는 입체의 부피를 구하여라.

11번 - 15번은 서술형 문제(각 10점)입니다. 풀이과정을 모두 서술하여야 합니다.

11. 두 집합 $A = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z\}$ 와 $B = \{(x, y, z) \mid 0 \leq z \leq \sqrt{3(x^2 + y^2)}\}$ 의 공통부분으로 이루어진 입체의 부피를 구하여라.

답

10. 곡면 $S = \{(x, y, z) : z = 4\sqrt{x^2 + y^2}, 4 \leq z \leq 12\}$ 의 넓이를 구하여라.

풀이

답

12. 곡선 C 가 xy -평면에서 점 $(5, 0)$ 에서 시작하여 점 $(2, 3)$ 을 잇는 선분을 나타낼 때, 선적분

$$\int_C (1 + xy)e^{xy} dx + (e^y + x^2 e^{xy}) dy$$

를 구하여라.

풀이

13. 곡선 C 를 평면 $x + y + z = 1$ 과 각 좌표평면의 교선으로 이루어진 삼각형이라고 할 때, 역장 $\mathbf{F} = \langle y, xz, x^2 \rangle$ 가 곡선 C 를 따라서 한 일을 Stokes 정리를 사용하여 구하여라. 단, 곡선 C 는 위에서 볼 때 반시계 방향이다.

풀이

담당교수:

분반:

학과:

학번:

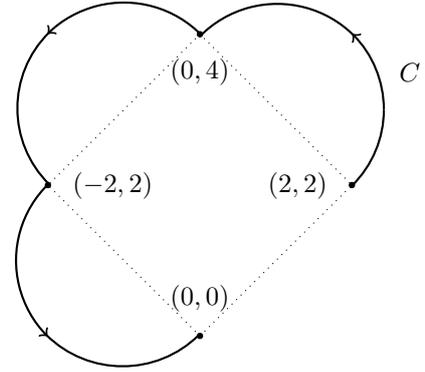
성명:

감독관확인:

14. 곡면 S 가 구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 의 제1팔분원이고 $f(x, y, z) = 2z^2$ 일 때, 곡면적분 $\iint_S f dS$ 를 구하여라.

풀이

15. xy -평면의 곡선 C 는 아래 그림과 같이 인접한 두 점 사이의 거리를 지름으로 하는 세 개의 반원으로 이루어져 있고, 방향은 그림과 같이 주어졌다. 그린정리를 이용하여 선적분 $\int_C x dy$ 의 값을 구하여라.



풀이