

1 다음과 같이 주어진 함수 f 에 대해 $\nabla f(x, y)$ 를 각각 구하시오.

(a) $f(x, y) = x^2 - y^2$

(b) $f(x, y) = e^x \sin y$

2 다음과 같이 주어진 함수 f 에 대해 $\nabla f(x, y, z)$ 를 각각 구하시오.

(a) $f(x, y, z) = xe^{yz}$

(b) $f(x, y, z) = \sin(xy) + \cos(yz) + xyz$

3 상수 $a, b, c \in \mathbb{R}$ 에 대해 $u(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$ 과 $v(x, y) = -xy$ 로 주어진 이변수 함수 u, v 가 \mathbb{R}^2 에서 다음 항등식을 만족한다고 하자.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

이 때 $u(x, y)$ 를 구하시오.

4 다음과 같이 주어진 함수 f 에 대해 모든 2계 편도함수 $f_{xx}, f_{xy}, f_{yx}, f_{yy}$ 의 식을 구하시오.

$$f(x, y) = x^4 e^{3y}$$

5 다음과 같이 정의된 함수 $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 에 대해 편미분계수의 정의를 이용하여 $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ 과 $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ 의 값이 존재하는지 판정하시오. 존재할 경우 그 값을 구하시오.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 1, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$