

1 다음에 주어진 제약조건과 함수 f 에 대해 f 의 최댓값 또는 최솟값을 라그랑즈 승수법을 이용하여 구하시오. 그리고 이에 해당하는 최대점 또는 최소점도 구하시오.

(a) $5x + 2y = 20$ 일 때 $f(x, y) = xy$ 의 최댓값

(b) $3x^2 + 4y^2 = 1$ 일 때 $f(x, y) = 3x + 2y$ 의 최댓값과 최솟값

(c) $x^2 + y^2 = 3$ 일 때 $f(x, y) = x^2 - y^2$ 의 최댓값과 최솟값

(d) $x^3 + x + y^2 = -2$ 일 때 $f(x, y) = x^2 + y^2$ 의 최솟값

(e) $x^2 + y^2 + z^2 = 50$ 일 때 $f(x, y) = 5x + 4y + 3z$ 의 최댓값과 최솟값

(f) $x + 2y + 3z = 18$ ($x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$ 이고 $z \geq 0$)일 때 $f(x, y) = xyz$ 의 최댓값

2 평면에서 다음과 같이 주어진 곡선 위의 점 (x, y) 와 $(0, 0)$ 사이의 최대거리와 최소거리를 라그랑즈 승수법을 이용하여 구하시오.

$$x^2 + xy + y^2 = 3$$

(힌트: x, y 의 연립방정식 $\begin{cases} ax + by = 0, \\ cx + dy = 0 \end{cases}$ 이 $x = y = 0$ 이외의 해를 가지는 것과 $ad - bc = 0$ 은 동치입니다.)

3 다음에 주어진 곡면과 원점까지의 (최소)거리를 라그랑즈 승수법을 이용하여 구하시오. 원점으로부터 거리가 최소인 점도 구하시오.

(a) $x + 2y + 3z = 14$

(b) $xy + yz + zx = 3$

(c) $z^2 - 2xy = -4$