

1 원기둥좌표와 구면좌표를 각각 이용하여 원뿔면 $z = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2}$ 을 두 종류의 매개변수곡면으로 나타내시오. 매개변수의 범위도 쓰시오.

2 실함수 f, g 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이고, $[a, b]$ 에서 $g \geq 0$ 이며 f 가 일대일함수이다. xy 평면의 매개변수곡선 $C(t) = (f(t), g(t))$ 를 x 축 둘레로 2π 만큼 회전하여 얻은 곡면을 매개변수곡면으로 나타내시오. 매개변수의 범위도 쓰시오.

3 a, b, c, r 이 양의 상수일 때, 삼각함수나 쌍곡함수를 사용하여 다음 곡면을 매개변수 곡면으로 나타내시오. 매개변수의 범위도 쓰시오.

$$(a) (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

$$(b) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

$$(c) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

4 아래에 주어진 매개변수곡면 위의 점 P 에서 접평면의 방정식을 외적을 이용하여 구하시오.

$$(a) X(u, v) = (u + v, u - v, uv), \quad P = (3, 1, 2)$$

$$(b) X(u, \theta) = (u \cos \theta, u \sin \theta, \sqrt{3}u), \quad P = (1, 1, \sqrt{6})$$

$$(c) X(u, \theta) = (u \cos \theta, u \sin \theta, \theta), \quad P = (-1, 0, \pi)$$

$$(d) X(\phi, \theta) = ((2 + \sqrt{2} \cos \phi) \cos \theta, (2 + \sqrt{2} \cos \phi) \sin \theta, \sqrt{2} \sin \phi), \quad P = (0, 3, 1) \\ (0 \leq \phi, \theta \leq 2\pi)$$

5 \mathbb{R}^3 에서 점 $(0, 0, 1)$ 과 xy 평면의 점 $(u, v, 0)$ 을 연결하는 직선

$$(1 - t)(0, 0, 1) + t(u, v, 0) \quad (t \in \mathbb{R})$$

이 단위구면 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 과 만나는 두 점 중에서 $(0, 0, 1)$ 이 아닌 점의 좌표를 u, v 로 나타내시오.

(이 과정은 집합 $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\} - \{(0, 0, 1)\}$ 을 매개변수곡면으로 나타내는 방법입니다. Stereographic projection)