

1 아래에 주어진 매개변수곡면의 넓이를 구하시오.

(a)  $X(u, v) = (u - v, u + v, uv), \quad u^2 + v^2 \leq 1$

(b)  $X(u, v) = (u^2 + v^2, u^2 - v^2, 2uv), \quad (u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$

(c)  $X(u, v) = \left(u \cos(v^2), u \sin(v^2), \frac{u^2}{2}\right), \quad (u, v) \in [0, 1] \times [0, 1]$

2 (a) 함수  $f$ 가 유계 닫힌 구간  $[a, b]$  ( $a < b$ )에서 미분가능하고  $f'$ 이 연속이며  $f \geq 0$ 이다.  $f$ 의 그래프를  $x$ 축 둘레로  $2\pi$  만큼 회전하여 얻은 곡면의 넓이가

$$2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

임을 보이시오. 증명에 매개변수곡면을 사용하시오.

(b)  $f(x) = 2\sqrt{x}$  ( $1 \leq x \leq 3$ )로 주어진 함수  $f$ 의 그래프를  $x$ 축 둘레로  $2\pi$  만큼 회전하여 얻은 곡면의 넓이를 구하시오.

3 아래에 주어진 곡면을 적절히 매개화하여 그 넓이를 구하시오.

(a) 곡면  $z = x^2 - y^2$  중에서 원기둥면  $x^2 + y^2 = 1$ 로 둘러싸인 유계 집합

(b) 원기둥면  $x^2 + y^2 = 1$  중에서 평면  $x + y + z = 1$ 과 평면  $z = x - y + 4$  사이에 놓인 부분

(c) 평면  $x + y + z = 5$  중에서 타원기둥면  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 로 둘러싸인 유계 집합  
(힌트: 필요하면  $u = x/2, v = y$ 로 치환하세요.)

(d) 구면  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  중에서  $x^2 + y^2 - z^2 \leq 1$ 을 만족하는 부분

4  $\mathbb{R}^3$ 의 유계 영역

$$D = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \text{ 이고 } z \geq \sqrt{3x^2 + 3y^2}\}$$

의 경계  $\partial D$ 의 넓이를 구하시오.