

1 (단답형) 다음과 같이 주어진 벡터장  $\mathbf{F}$ 의 포텐셜 함수를 구하시오.

(a)  $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 - y^2, -2xy)$ ,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

(b)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y + z, x + z, x + y)$ ,  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$

(c)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (3x^2y^2z, 2x^3yz, x^3y^2)$ ,  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$

(d)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (ye^{xy}, xe^{xy} + z \cos(yz), y \cos(yz))$ ,  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$

2 1번 문제의 결과를 이용하여 다음 선적분의 값을 구하시오.

(a)  $\int (x^2 - y^2)dx - 2xy dy$ ,  $C(t) = (\cos t, -\sin t)$  ( $0 \leq t \leq \pi$ )

(b)  $\int (y + z)dx + (x + z)dy + (x + y)dz$ ,  $C(t) = (\cos t, \sin t, 2t)$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ )

(c)  $\int 3x^2y^2z dx + 2x^3yz dy + x^3y^2 dz$ ,  $C$ 는 포물면  $z = x^2 + y^2$ 과 평면  $y = -x$ 의 교선을 따라 점  $(1, -1, 2)$ 부터  $(-1, 1, 2)$ 까지 진행하는 곡선

(d)  $\int ye^{xy}dx + (xe^{xy} + z \cos(yz))dy + y \cos(yz)dz$ ,  
 $C$ 는 점  $(0, 0, 0)$ 에서 출발하여 두 점  $(0, 0, \pi)$ 와 점  $(2, 0, \pi)$ 를 차례로 거쳐 점  $(2, \frac{1}{2}, \pi)$ 에 도착하는 조각적 선분

3 다음에 주어진 벡터장이 정의역에서 보존장인지 판정하고, 그 이유를 설명하시오.

(a)  $\mathbf{F}(x, y) = (x^2 - y^2, 2xy)$ ,  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

(b)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (xy + z^2, x^2 + yz, xz + y^2)$ ,  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$

(c)  $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^x \cos(yz), ze^x \cos(yz), ye^x \cos(yz))$ ,  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$

4  $\mathbb{R}^2$ 에서 미분가능한 이변수 함수  $f, g$ 에 대해 다음 벡터장이  $\mathbb{R}^3$ 에서 보존장이다. 이때  $f(y, z), g(x, y)$ 의 식을 모두 구하시오.

$$\mathbf{F}(x, y, z) = f(y, z)\mathbf{i} + 3xy^2z\mathbf{j} + g(x, y)\mathbf{k}$$