1 매개변수곡면 X와 벡터장 $\mathbf{F}$, X의 연속 단위법선벡터장 $\mathbf{n}$이 각각 다음과 같이 주어졌을 때, 면적분 $\iint_S \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$ 의 값을 구하시오.

(a) $X(u,\theta) = (u\cos\theta,\, u\sin\theta,\, u), \quad (u,\theta)\in[1,2]\times[0,2\pi]$
$\mathbf{F}(x,y,z) = (x,y,-z)$,
$\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} < 0$

(b) $X(u,\theta) = (u\cos\theta,\, u\sin\theta,\, \theta), \quad (u,\theta)\in[0,1]\times[0,4\pi]$
$\mathbf{F}(x,y,z) = y\,\mathbf{i} - x\,\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k}$,
$\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} > 0$

2 벡터장 $\mathbf{F}$ 와 곡면 S, 그리고 곡면 S 위의 연속 단위법선벡터장 $\mathbf{n}$ 이 각각 다음과 같이 주어졌다. $\mathbf{n}$ 방향으로 S를 통한 $\mathbf{F}$의 유량(flux)을 구하시오.

(a) $\mathbf{F}(x,y,z) = (y,x,z^2)$이고
S는 평면 $x+y+z=1$ 중에서 원기둥면 $x^2+y^2=1$로 둘러싸인 유계 곡면이며,
$\mathbf{n}\cdot\mathbf{k} > 0$.

(b) $\mathbf{F}(x,y,z) = y\,\mathbf{i} + z\,\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$ 이고
S는 구면 $x^2+y^2+z^2=4$ 중에서 xy 평면의 위쪽에 있는 부분이며, $\mathbf{n}\cdot\mathbf{k}\geq 0$.

(c) $\mathbf{F}(x,y,z) = (z,x,y)$이고
S는 원기둥면 $x^2+y^2=1$ 중에서 두 평면 $z=-x$와 $z=4+x$ 사이에 놓인 부분이며, $\mathbf{n}$의 방향은 원기둥면 $x^2+y^2=1$이 감싸는 영역을 벗어나는 방향.

3 $\mathbb{R}^3$에서 포물면 $z=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}$ 과 평면 $z=1$ 로 둘러싸인 유계 영역을 D라 하자.

$$\mathbf{F}(x,y,z) = (2x,\, 2y,\, 2z-1)$$

이고 ∂D의 단위법선벡터장 $\mathbf{n}$이 D를 벗어나는 방향으로 주어졌을 때, 면적분의 정의를 이용하여 $\iint_{\partial D} \mathbf{F}\cdot\mathbf{n}\,dS$의 값을 구하시오.

(주의: 풀이에 발산정리를 사용하지 마십시오.)