1 다음 멱급수의 수렴반지름과 수렴구간을 각각 구하시오.

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} x^n$

(b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)^3}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n \ln n}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n2^n}(x-2)^n$ (힌트: 필요하면 $y = x-2$의 멱급수 유도)

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(1-\frac{1}{n}\right)^n x^n$

(f) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n+1}{9^n+1} x^{2n}$ (힌트: 필요하면 $x \neq 0$일 때 $a_n = \dfrac{4^n+1}{9^n+2}x^{2n}$ 이용)

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} x^n$ (힌트: Stirling 공식 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{\sqrt{n}}\left(\frac{e}{n}\right)^n = \sqrt{2\pi}$)

2 멱급수 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$의 수렴반지름 R이 $0 < R < \infty$을 만족한다고 하자.

다음 명제의 빈 칸을 채우고 증명한 뒤, 이를 이용하여 멱급수 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$의 수렴반지름을 구하시오.

$|x| < \boxed{\text{(a)}}$ 이면 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ 이 수렴하고, $|x| > \boxed{\text{(a)}}$ 이면 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ 이 발산한다.

3 멱급수 $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$의 수렴반지름이 ∞일 때, $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{3n}$의 수렴반지름을 구하시오.