

1 지시된 점 a 에서 각각의 함수 $f(x)$ 의 테일러급수를 구하시오. 그리고 그 테일러급수의 수렴반지름을 구하시오.

(a) $f(x) = \sin x, \quad a = \frac{\pi}{2}$

(b) $f(x) = \frac{1}{2-x}, \quad a = 1$

(c) $f(x) = \frac{1}{(2-x)^2}, \quad a = 1$ (힌트: 필요하면 (a) 이용)

(d) $f(x) = \frac{1}{2-3x+x^2}, \quad a = 0$ (힌트: 부분분수)

(e) $f(x) = \frac{1}{x-x^2}, \quad a = -1$

2 (a) 수렴반지름이 0이 아닌 멱급수 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(x-a)^n$ 를 생각하자 ($a \in \mathbb{R}$ 는 상수). 점 a 에서 $f(x)$ 의 n 차 테일러 다항식은 $\sum_{k=0}^n b_k(x-a)^k$ 임을 보이시오.

(b) $f(x) = \sin(x^2)$ 일 때, $f^{(6)}(0)$ 의 값을 구하시오.
(힌트: 테일러 다항식의 정의와 (a)의 결과 이용)

3 다음에 주어진 $f(x)$ 의 매클로린급수가 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 일 때, 계수 a_0, a_1, \dots, a_4 의 값을 구하시오. 필요하면 멱급수 전개 유일성과 적절한 멱급수 전개식을 이용하시오.

(a) $f(x) = \frac{\sin x}{1-x}$

(b) $f(x) = \frac{\cos x}{1+x}$ (힌트: $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 + x^5 u(x), \quad u(0) = -1$)

(c) $f(x) = e^x \cos x$

4 매클로린급수 전개를 이용하여 다음 극한값을 구하시오.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - 2 - 2x - \ln(1+x^2)}{x^3}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x^2) - x^2}{1 - \cos(x^3)}$