

1 (로그 나선) 극좌표 방정식 $r = e^\theta$ ($0 \leq \theta \leq 4\pi$)로 서술된 곡선의 개형을 xy 평면에 그리시오.

2 다음과 같이 직교좌표로 표현된 영역을 극좌표로 나타내시오. 단 $r \geq 0$ 을 만족하고, 중복되어 서술된 부분이 곡선에 포함되도록 나타내시오.

(a) $0 \leq x \leq 1$ 이고 $0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}$

(b) $-1 \leq y \leq 1$ 이고 $0 \leq x \leq \sqrt{1-y^2}$

(c) $x^2 + y^2 \leq 1$ 이고 $0 \leq y \leq x$

(d) $x^2 + y^2 \leq 1$ 이고 $y \geq |x|$

(e) $x^2 + (y-1)^2 \leq 1$

3 다음과 같이 극좌표로 표현된 영역을 직교좌표로 나타내시오.

(a) $0 \leq r \leq 1$ 이고 $\pi \leq \theta \leq 2\pi$

(b) $0 \leq r \leq 2$ 이고 $|\theta| \leq \frac{\pi}{3}$

(c) $1 \leq r \leq 2$ 이고 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

(d) $0 \leq r \leq 3$ 이고 $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \pi$

(e) $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 이고 $0 \leq r \leq 2\cos\theta$

4 (대칭성)

(a) 극좌표 방정식 $r = f(\theta)$ 로 서술된 곡선을 생각하자. 임의의 θ 에 대해 $f(-\theta) = f(\theta)$ 이면 xy 평면에서 이 곡선이 x 축에 대해 대칭임을 설명하시오.

(b) xy 평면의 부분집합 S 를 극좌표 r, θ 로 서술한 집합 T 가 다음 성질을 만족한다.

$$(r, \theta) \in T \text{ 이면 항상 } (r, -\theta) \in T$$

이 때 집합 S 가 xy 평면에서 x 축에 대해 대칭임을 설명하시오.

5 극좌표 방정식 $r = \cos(2\theta)$ 로 서술된 곡선의 개형을 xy 평면에 그리시오. 필요하면 앞 문제의 결과를 이용하시오.