

1 다음 행렬의 곱이 정의되는지 판정하고, 곱이 정의되는 경우에 곱을 구하시오.

$$(a) \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad (b) \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (d) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(f) \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

2 a, b 가 상수이고 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$ 가 $A^T A = 4I_2$ 를 만족한다고 하자. 이런 행렬 A 를 모두 구하시오.

3 정사각행렬 A 가 $A = A^T$ 를 만족하면 A 를 대칭행렬(symmetric matrix)이라 한다.

(a) $n \times n$ 행렬 A, B 가 대칭행렬이고 $c, d \in \mathbb{R}$ 이면 $cA + dB$ 도 대칭행렬임을 보이시오.

(b) A 가 정사각행렬이면 $A^T A$ 가 대칭행렬임을 보이시오.